

共有資源のゲームにおける ノイズの効果

関西学院大学大学院経済学研究科 D3

吉 川 満

mitsurukikkawa@hotmail.co.jp

2007年9月22日(土)

第13回 DC コンファレンス(日本大)

13:00-13:45

Ver.9/10₁

発表の流れ

- 1. 研究の目的・動機、先行研究など
- 2. 基本モデル
 - 2. 1 定義 , Replicator 方程式
 - 2. 2 局所安定性
 - 2. 3 近可積分系
- 3. 環境に変化がある場合
- 4. 環境の固有値がプラスの場合
- 5. 応用例
- 6. まとめ

研究の貢献

- 非対称2人ゲームによる共有資源のゲームを定式化(→Sethi and Somanathan(1996))
 - ノイズを導入することによって、内点均衡(制度)の自発的生成とその変化・崩壊を定式化
 1. 自発的生成(ノイズの存在)→Gale et al.(1995)
 2. 内点均衡の変化(Arnold拡散)
 - Arnold拡散の発生を別の証明法
 - Poincare Mapの導入(次元を下げる手法の1つ)
 - 安定な周期軌道の存在
- 進化ゲーム理論の新しい研究の方向性の提案

先行研究

Sethi and Somanathan (1996):

→共有資源のゲーム(Dasgupta and Heal(1979)、宇沢(1995))を、進化ゲーム理論の立場で定式化した。具体的には対称2人ゲームの枠組み、戦略3つのとき、環境が変化しない場合、する場合を取り上げ、Hardin(1968)が指摘しているように、罰則を加えることによって、コモンズの悲劇を回避することができることを証明。

Sethi,Rajiv and Somanathan,E."The Evolution of Social Norms in Common Property Resource Use," *American Economic Review*, Vo.88(1996), pp. 766-788.

Gale, Binmore and Samuelson (GEB ,1995)

- 最終提案ゲーム:

プレイヤー: 2つのタイプ(提案者と応答者)

プレイヤーの間で、 Π の分割を考える。

提案者が応答者にどのくらいの割合を与えるのか？

→合理的な提案者ならば、できるだけ少なく、応答者に提案する。

→しかし社会経済実験では、「公平な」提案が存在する。(アノマリー)

→Gale, et al.(1995)はこのゲームを定式化し、ノイズの影響によって「公平な」提案の発生を説明した。

•Gale, John, Kenneth G. Binmore and Larry Samuelson: "Learning To be Imperfect: The Ultimatum Game," Games and Economic Behavior, Vol.8 (1995), pp.56-90.

本研究の特徴

- 共有資源のゲームでは利得の大小を定めない(協力した方がよいなどの仮定はない)。
→一般的な非対称2人ゲームを使用。
- ノイズを導入(Gale, et al. (1995))
→漸近安定な内点解の発生
- Lyapunov関数・第1積分の導入(ただし, Lyapunovの大域安定性は考えない)
- 近可積分系(積分できない系)の議論を適用
例えば, KAMの定理, Arnold 拡散
- Poincare Mapの使用

近可積分系とは？

- (ノイズが存在することによって)積分できない系
→解析的に分析するのが困難。しかし現実社会はこの方が多い。
例) 3体問題→解けない。2体＋摂動・ノイズとみる。(Poincareなど)
- 本論文は、Gale, et (1995) を一般化し、第1積分(Lyapunov関数)を用いて、近可積分系の議論を行った。それを通じて、本来の近可積分系の重要な概念を進化ゲームの枠組みで、minimal に定式化。

近可積分系で重要な定理

- Kolmogorov - Arnold - Moser (KAM)の定理:(アーノルド・アベス (1972))

$$H(=H_0(p)+H_1(p,q), \quad H_1(p,q+2\pi)=H_1(p,q) \ll 1)$$

が十分に小さいならば、ほとんどすべての ϖ^*

に対して、摂動系 $\dot{p} = -\frac{\partial H_1}{\partial q}, \quad \dot{q} = \varpi_0(p) + \frac{\partial H_1}{\partial p}$

の不変ドーナツ形 $T(\varpi^*)$ で $T_0(\varpi^*)$ に近いものが存在する。

→ 意識: ノイズが存在しても, ゲームは壊れない.

- Arnold拡散 (Arnold, 1964)

→ 横断面に沿って, トーラスが崩壊・拡散していく.

→ 作用変数は保存量とならず、「ゆっくりと」運動する。(本論文では、外生的に)

モデル：枠組み、進化ゲーム理論

- 対称2人ゲームと非対称2人ゲームの違い
→ 利得表が異なる(戦略が2つの場合)

タイプ2

タイプ1

	S1	S2
S1	A,A	C,B
S2	B,C	D,D

対称2人ゲーム

Replicator 方程式: 1本

タイプ2

タイプ1

	S1	S2
S1	A,E	C,G
S2	B,F	D,H

非対称2人ゲーム

2本

例) 先進国-途上国, Principal-Agent など異なる利得構造をしている。もちろん、一緒でも構わない。

モデル(宇沢(1995)により, 農業)

- 各主体は農場で働く. 農場での収穫高を均等分配し、その利得を得て生きていく.
- 各主体の利得・適用度:

$$\pi^i(l^1, \dots, l^n) = \frac{l^i}{L} h(L) - w \cdot l^i$$

$$= l^i \cdot (A(L) - w).$$

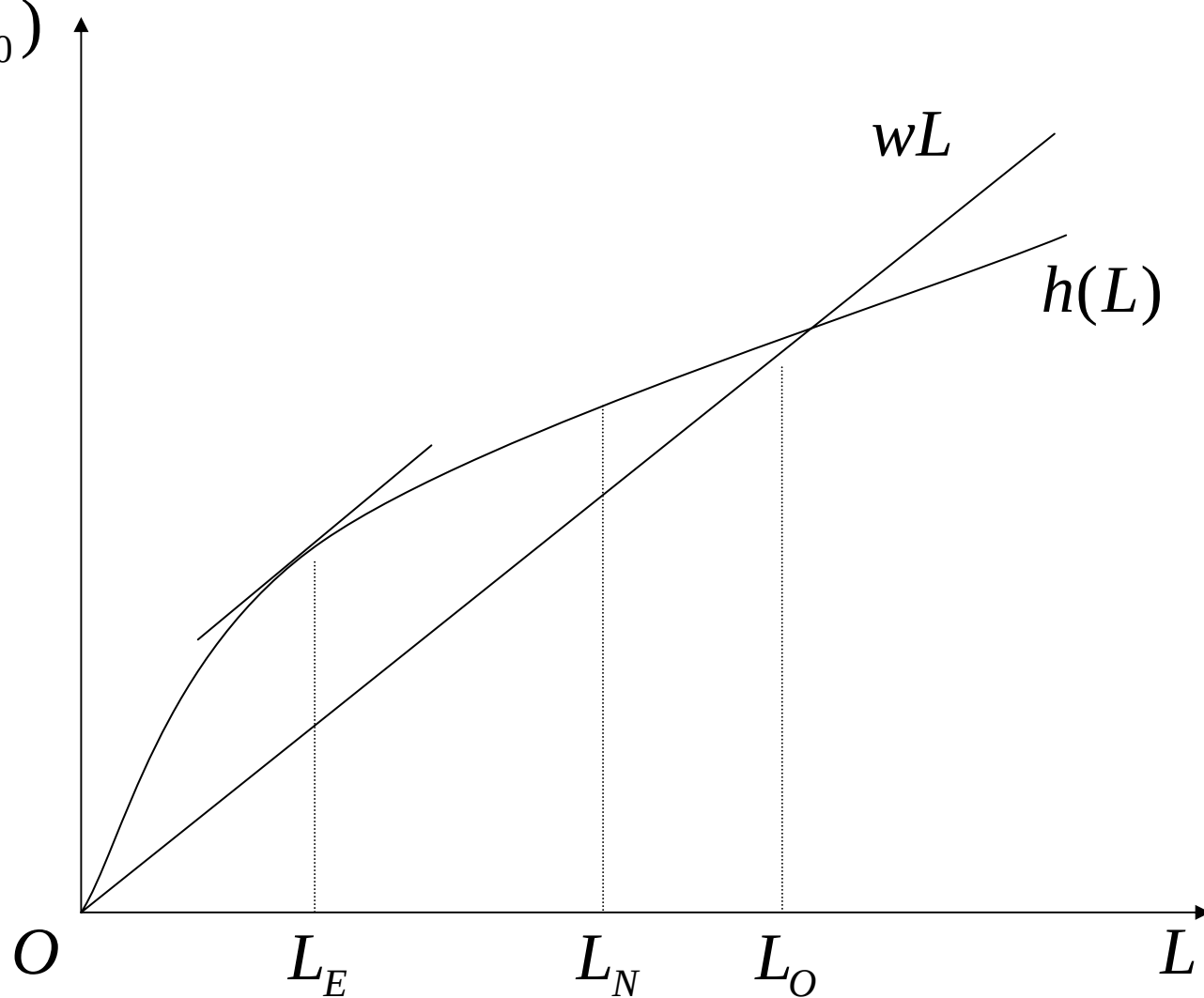
l^i : 主体 i の労働の供給量, w : 労働賃金や機会費用

$A(L)$: 労働平均生産性, $L = \sum_{i=1}^n l^i$: 労働の総供給量

$h(L) = H(L, K_0)$: 総収穫量, K : コモンズの総ストック

当初は環境に変化がない場合を考える.

- 社会的に効率な均衡 L_E のNash均衡 L_N の比較



命題1 $L_E < L_N \Rightarrow$ 資源が枯渇する状況にある.

Replicator 方程式の導出

- 仮定: 利得が高いほどその戦略を採用する人が多くなる. ($\Rightarrow \dot{\pi} = l$)

- i タイプの主体の利得の方程式(2.7)

→Replicator方程式へ(2.10)

$$\dot{l}_j^i = l_j^i (A(L) - w), \quad L = \sum_{i,j} l_j^i, \quad s_j^i = \frac{l_j^i}{L}$$

$$\Rightarrow \dot{s}_j^i = s_j^i (\pi_j^i - \bar{\pi}^i) \quad (2.10)$$

平均利得よりも高い戦略は増加し、低い場合は減少する。

Replicator 方程式と利得表

主体のタイプが2つ, 戦略が2つの場合: 式変形すると

$$\begin{aligned} &\bullet \\ &y = y(1-y)\{a - (a+c)x\}, \quad (2.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\bullet \\ &x = x(1-x)\{d - (b+d)y\} \quad (2.12) \end{aligned}$$

R

タイプRの人間が戦略Dをとる確率を x

タイプMの人間が戦略Cをとる確率を y

M

	戦略C	戦略D
戦略C	a,b	0,0
戦略D	0,0	c,d

利得表2

(注): a, b, c, d の大小は定めない。

均衡の安定性

- 考えられる均衡 (y^*, x^*) : $(0,0), (0,1), (1,0), (1,1), \left(\frac{d}{b+d}, \frac{a}{a+c}\right)$
- (2.11), (2.12) から Jacobi 行列:

$$\begin{pmatrix} (1-2y)\{a-(a+c)x\} & -(a+c)y(1-y) \\ -(b+d)x(1-x) & (1-2x)\{d-(b+d)y\} \end{pmatrix}$$

命題2

- 固有値の実根が負(漸近安定)となるのは、
 $\rightarrow (0,0): a < 0, d < 0, (0,1): c > 0, d > 0, (1,0): a > 0, b > 0$
 $(1,1): b < 0, c < 0$
 $\left(\frac{d}{b+d}, \frac{a}{a+c}\right): \frac{abcd}{(a+c)(b+d)} > 0$ 鞍点
 $\frac{abcd}{(a+c)(b+d)} < 0$ リミット・サイクル

ノイズの存在(新規参入者の存在)

- Gale, et al. (1995) のアイデア
→ iタイプの主体の利得の方程式(2. 7)に $\delta_i \frac{l^1 + l^2}{2}$ の参入、退出するを導入。

先ほどと同様に, Replicator 方程式を導出.

ノイズがあるReplicator 方程式(2.13),(2.14):

$$\dot{y} = (1 - \delta_1)y(1 - y)\{a - (a + c)x\} + \delta_1\left(\frac{1}{2} - y\right),$$

$$\dot{x} = (1 - \delta_2)x(1 - x)\{d - (b + d)y\} + \delta_2\left(\frac{1}{2} - x\right)$$

$$0 < \delta_1, \delta_2 \ll 1$$

漸近安定な内点均衡の発生(命題3)

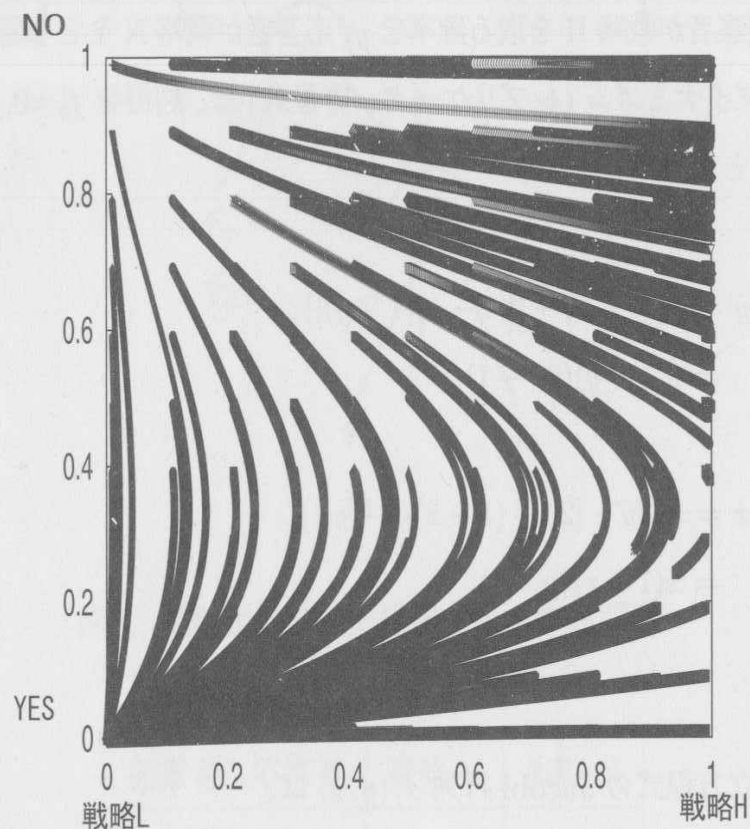
- 純粹戦略についての固有値は変更なし
- 内点解のJacobi行列

$$J^n\left(\frac{d}{b+d}, \frac{a}{a+c}\right) = \begin{pmatrix} -\delta_1 & -\frac{bd(a+c)}{(b+d)^2} \\ -\frac{ac(b+d)}{(a+c)^2} & -\delta_2 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \frac{abcd}{(a+c)(b+d)} < 0$$

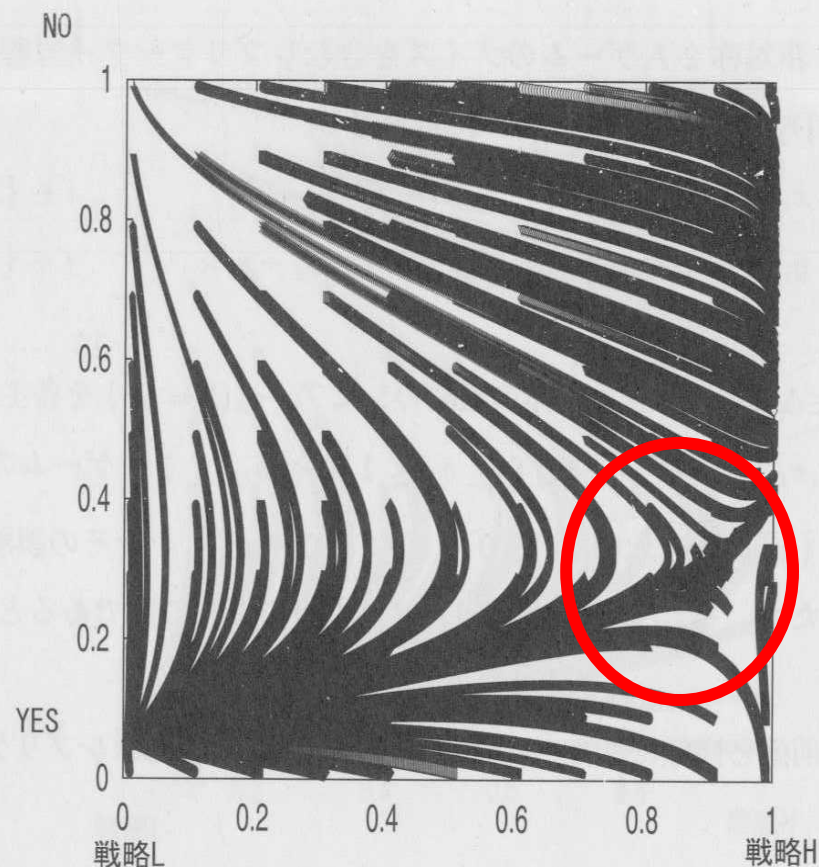
→ノイズの存在によって、漸近安定となる内点均衡は「鞍点」ではなく、「リミットサイクル」とであると分かる。

例：最終提案ゲーム



ノイズなし

図 2: ノイズがない場合



ノイズあり

図 3: ノイズがある場合 ($\delta_I = 0.01$, $\delta_{II} = 0.1$).

吉川満「非対称2人ゲームの大域的な分析とノイズの役割」『関西学院 経済学研究』第36号 (2005), pp. 21-38. より転載

その存在(内点解は存在するのか?)

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{(1-\delta_2)\delta_1}{(1-\delta_1)\delta_2} = \frac{y(1-y)\{a-(a+c)x\}(\frac{1}{2}-x)}{x(1-x)\{d-(b+d)y\}(\frac{1}{2}-y)} \\ &= \frac{(d-\varepsilon)(b+\varepsilon)\{a-(a+c)x\}(1-2x)}{\varepsilon(b+d)(b-d+2\varepsilon)x(1-x)}\end{aligned}$$

$$\frac{a}{a+c} < x < \frac{1}{2} \quad \text{それとも} \quad \frac{1}{2} < x < \frac{a}{a+c}$$

の範囲内で, 内点解が存在する.

第1積分 (Lyapunov関数)

2本のReplicator 方程式から導出(Hofbauer(1996), 吉川(2005))
Lotka-Volterra系ではHirsh and Smale(1977)に詳細が書かれている。

ゲームの状況からある値への関数：

→エントロピーの形をしている。→情報理論への発展性が可能

- ノイズなし ((2.11), (2.12) から導出)

$$(3.2) \quad H = \log \frac{y^d (1-y)^b}{x^a (1-x)^c} = \log x^{-a} y^d + \log (1-x)^{-c} (1-y)^b, \quad \frac{dH}{dt} = 0$$

- ノイズあり ((2.13), (2.14) から導出)

$$(3.3) \quad H_n = \log \frac{y^d (1-y)^b \left(\frac{1}{2} - x\right)^{\delta_1}}{x^a (1-x)^c \left(\frac{1}{2} - y\right)^{\delta_2}}, \quad \frac{dH}{dt} \neq 0$$

補足 (Hofbauer(JMB ,1996))

- この第1積分を物理学で議論されている近可積分系の議論に適用してもよいのか？
- Hofbauer(1996)はこの第1積分は、次の正準方程式を満たすということを見出。
- この第1積分は物理学で使われている Hamiltonian である。
- Hamilton 系の議論ができることへの裏づけ。
$$\dot{x} = P(x, y) \frac{\partial H(x, y)}{\partial y}, \quad \dot{y} = -P(x, y) \frac{\partial H(x, y)}{\partial x},$$

where $P(x, y) = x(1-x)y(1-y)$.

Hofbauer, J. : "Evolutionary Dynamics for Bimatrix Games: A Hamiltonian system ?," Journal of Mathematical Biology, Vol.34 (1996), pp.675-688.

KAMの定理の成立(命題4)

$$\frac{dH}{dt} = 0, \quad \frac{dH^n}{dt} \neq 0 \Rightarrow H^n \text{ は発散しないか?}$$

- Kolmogorov - Arnold – Morser (KAM)の定理は成立しているのか？(→ノイズが存在しても、ゲームが崩壊するのであろうか？)

ノイズを入れても, Lyapunov関数が発散しない値が正の測度で存在する。

→ ノイズを入れても, 不変トーラスの存在

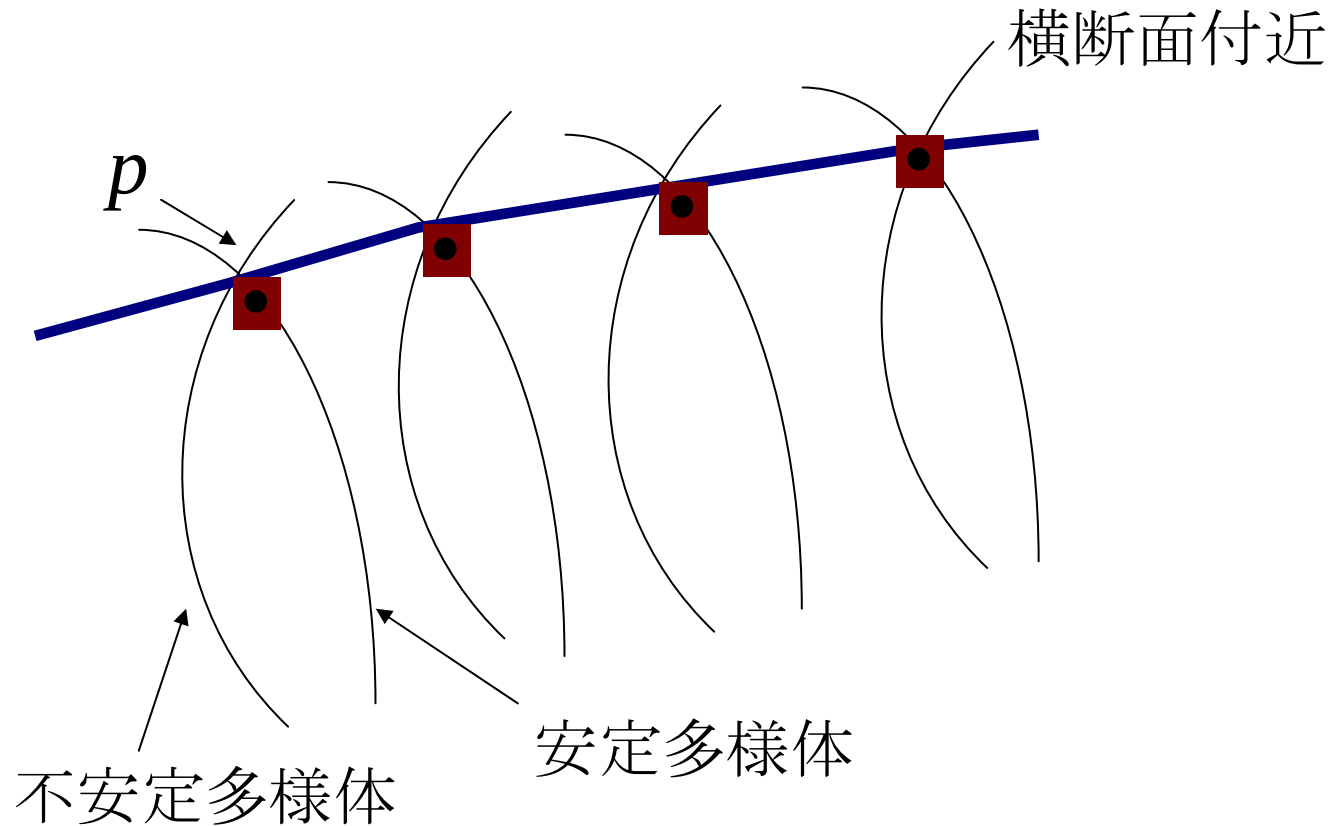
証明: 連続性の証明法を使用.

Arnold拡散

論理:

1. KAMの定理により, 不変トーラスの存在.(命題4)
2. 大域的に不安定なゲームにノイズを入れると, 局所安定な内点均衡が存在する。(命題2)
3. 安定多様体と不安定多様体が交わる(Melnikov関数が0)となる点 p の存在.
→横断面の存在.
4. 遷移チェーンの存在. (Arnold(1964), Theorem 2)
5. それをつなぐ, 軌道の存在. (Arnold(1964), Theorem 3)

Arnold拡散の概念を図示



■ を連ねる軌道の存在

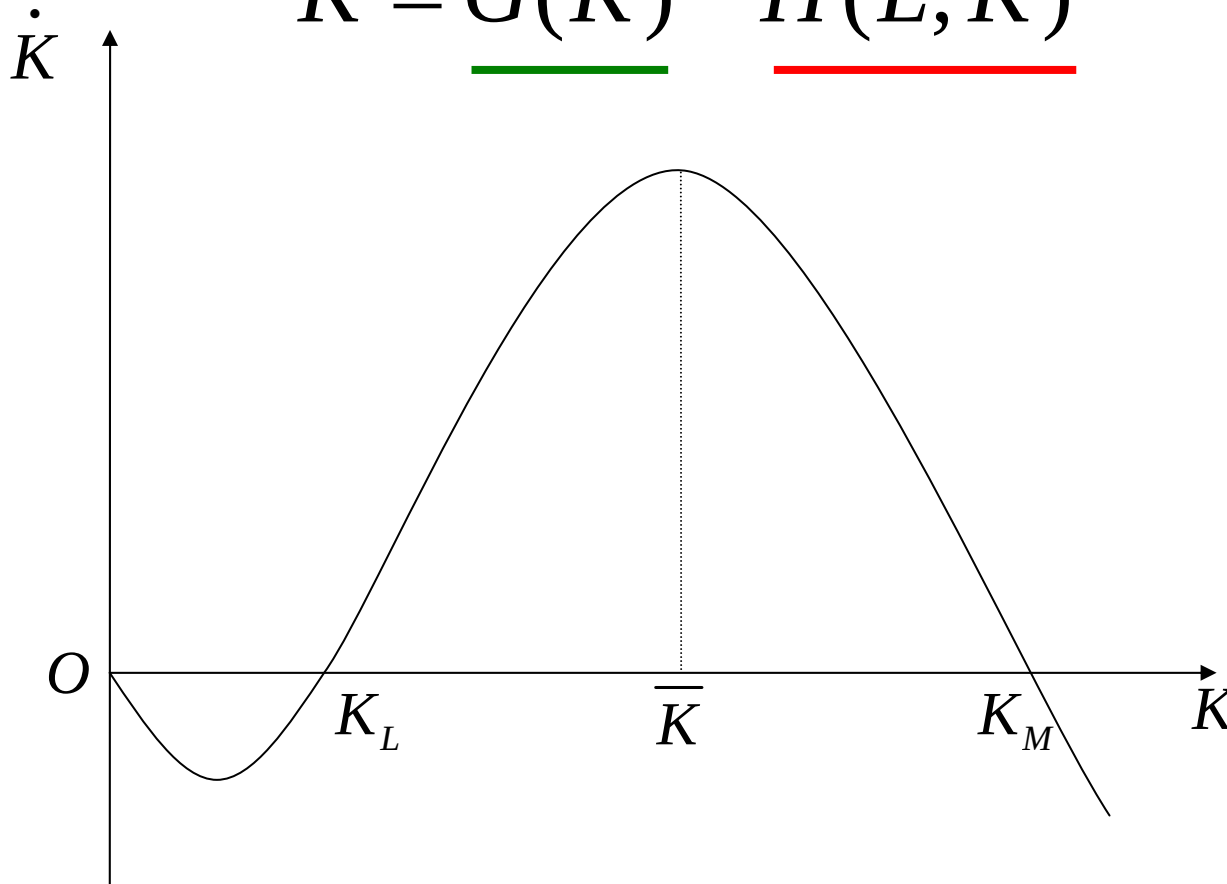
まとめ(定理1)

- 定理1. 純粹戦略と混合戦略という複数均衡を持つ大域的に不安定なゲームに、ノイズが存在する場合、Arnold拡散が存在する。
- 通常、Arnold拡散はMelnikovの方法を用いて、証明するが、本稿では、ゲーム理論の文脈から導出した。また、進化ゲーム理論の枠組みで、なおかつMinimal なモデルで証明した。

環境に変化がある場合

環境の変化の式：自然の成長率から総収穫量を引いたもの。

$$\dot{K} = \underline{G(K)} - \underline{H(L, K)}$$



均衡の安定性とノイズ(命題5,6)

$$J(y, x, K) = \begin{pmatrix} (1-2y)\{a-(a+c)x\} & -(a+c)y(1-y) & y(1-y)\frac{\partial\{a-(a+c)x\}}{\partial K} \\ -(b+d)x(1-x) & (1-2x)\{d-(b+d)y\} & x(1-x)\frac{\partial\{d-(b+d)y\}}{\partial K} \\ -H_L \frac{\partial L}{\partial y} & -H_L \frac{\partial L}{\partial x} & G'(K) - H_L \frac{\partial L}{\partial K} - H_K \end{pmatrix}$$

$G'(K) - H_L \frac{\partial L}{\partial K} - H_K (= e) < 0$ とすると, 環境に変化がないときと同じ.

ただし, 常に内点解は漸近安定ではない (固有値: 0(重解)と e).

→ノイズの導入

$G'(K) - H_L \frac{\partial L}{\partial K} - H_K < 0$ とすると, 漸近安定な内点均衡の発生.

→環境に変化がない場合と条件は異なる。環境の固有値が負のとき(パイが縮小しているとき→生き残るため?)

第1積分(Lyapunov 関数)

ノイズがある場合のLyapunov 関数:

$$H_n = \log \frac{y^d (1-y)^b (\frac{1}{2} - x)^{\delta_1}}{x^a (1-x)^c (\frac{1}{2} - y)^{\delta_2}}$$

$$\dot{K} = G(K) - H(L, K)$$

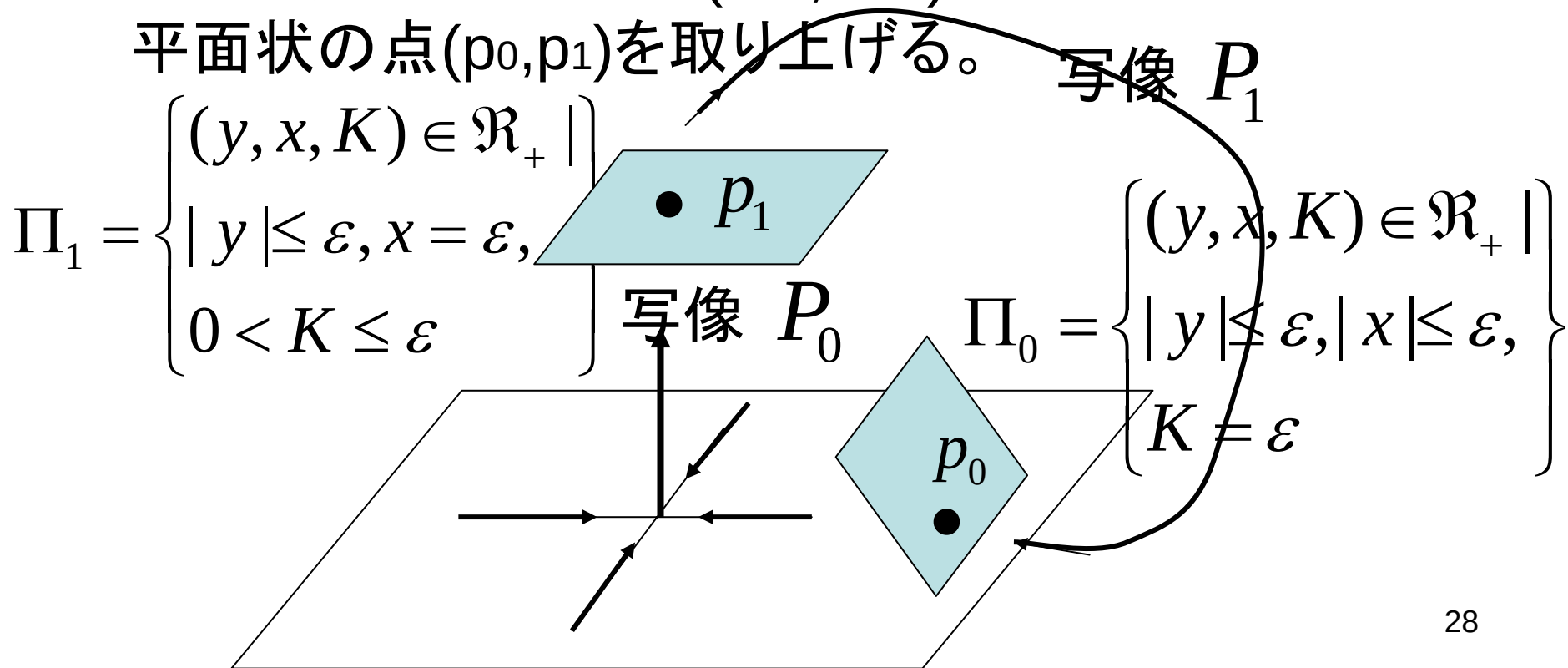
環境に変化がない場合と同様に, KAMの定理が成り立ち, 同様のロジックを使うことによって, Arnold 拡散が発生していることが分かる.

定理2

複数均衡を持つ大域不安定なゲームに、ノイズが存在し、環境の項の固有値 $E < 0$ の場合、Arnold 拡散が存在する。

Poincare Mapの導入

- 環境の固有値がプラスの場合を考える。
- 次元を下げるためにPoincare写像の導入して分析。ただし途中の軌跡は分からない。
- 直感:軌道がある平面(Π_0, Π_1)で切る。切った平面状の点(p_0, p_1)を取り上げる。



- 環境にノイズの導入(非周期的な影響の導入, ホモクリニック軌道からヘテロクリニック軌道へ)

$$(4.1) \quad \dot{K} = G(K) - H(L, K) + \underline{\mu}$$

- 均衡の周辺のそれぞれの流れ(flow)(線形近似)

$$(4.2) \quad y(t) = y_0 \exp(\delta_1 t), x(t) = x_0 \exp(\delta_2 t),$$

$$K(t) = K_0 \exp(Et)$$

- Π_0 から Π_1 への時間は,

$$t = \frac{1}{E} \log \frac{\varepsilon}{K_0}$$

- これを(4.2)に代入すると、

- 写像 $P_0: \Pi_0 \rightarrow \Pi_1$ は,

$$(4.3) \quad \begin{pmatrix} y \\ \varepsilon \\ K \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y \left(\frac{\varepsilon}{K} \right)^{\frac{\delta_1}{E}} \\ \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{K} \right)^{\frac{\delta_2}{E}} \\ \varepsilon \end{pmatrix}$$

- 写像 $P_1: \Pi_1 \rightarrow \Pi_0$ は,

$$(4.4) \quad \begin{pmatrix} y \\ \varepsilon \\ K \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ p_3 & p_4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_5 \mu \\ 0 \\ p_6 \mu \end{pmatrix}$$

- 写像 P_0 と P_1 と構成することで、3本の方程式の近傍で定義されたPoincare写像 P

$$\underline{P \equiv P_1 \circ P_0 : \Pi_0 \rightarrow \Pi_0}$$

$$(4.5) \quad \begin{pmatrix} y \\ K \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} p_1 y \left(\frac{\varepsilon}{K} \right)^{\frac{\delta_1}{E}} + p_2 \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{K} \right)^{\frac{\delta_2}{E}} + p_5 \mu \\ p_3 y \left(\frac{\varepsilon}{K} \right)^{\frac{\delta_1}{E}} + p_4 \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{K} \right)^{\frac{\delta_2}{E}} + \mu \end{pmatrix}$$

- このPoincare写像の不動点を探す。不動点では次の関係が成り立つ。

$$(4.6) \quad y = AyK^{\frac{-\delta_1}{E}} + BK^{\frac{-\delta_2}{E}} + p_5 \mu, K = CyK^{\frac{-\delta_1}{E}} + DK^{\frac{-\delta_2}{E}} + \mu,$$

$$\text{where } A = p_1 \varepsilon^{\frac{\delta_1}{E}}, B = p_2 \varepsilon^{1 + \frac{\delta_2}{E}}, C = p_3 \varepsilon^{\frac{\delta_1}{E}}, D = p_4 \varepsilon^{1 + \frac{\delta_2}{E}}$$

- (4.6)をKの関数としてy について解くと、十分小さいKについては

$$(4.7) \quad y = \frac{BK^{\frac{-\delta_2}{E}} + p_5\mu}{1 - AK^{\frac{-\delta_2}{E}}} = \left(BK^{\frac{-\delta_2}{E}} + p_5\mu \right) \left(1 + AK^{\frac{-\delta_1}{E}} + \dots \right) \\ \approx BK^{\frac{-\delta_2}{E}} + p_5\mu$$

- (4.6),(4.7)より,Kと μ のみの不動点に関する次の条件が得られる.

$$(4.8) \quad K - \mu = CBK^{\frac{\delta_1 + \delta_2}{E}} + Cp_5\mu K^{\frac{-\delta_1}{E}} + DK^{\frac{-\delta_2}{E}}$$

- (4.8)の左辺と右辺について考えることによって交点、不動点を探す。(4.8)の右辺の傾きを求める。

(4.9)

$$\frac{d}{dK} \left(CBK^{\frac{\delta_1 + \delta_2}{E}} + Cp_5 \mu K^{\frac{-\delta_1}{E}} + DK^{\frac{-\delta_2}{E}} \right)$$

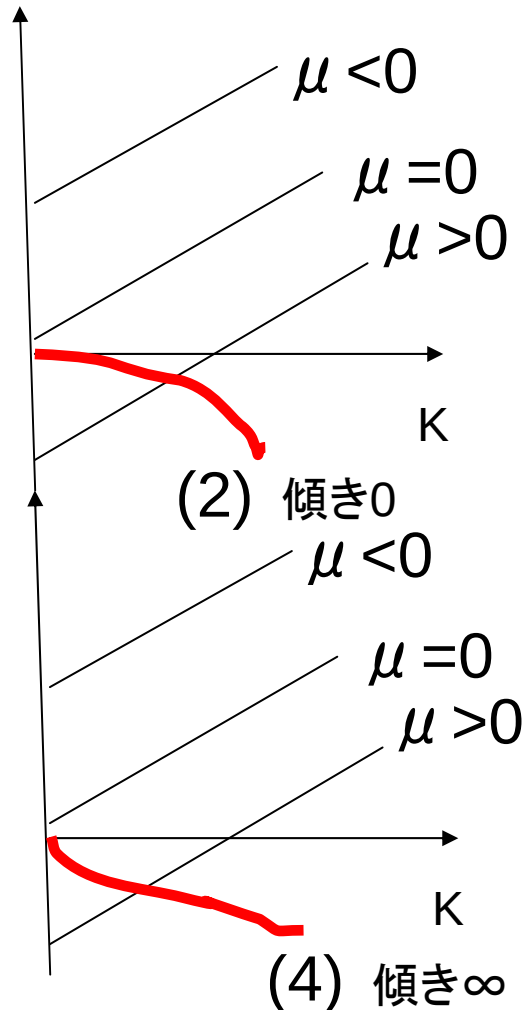
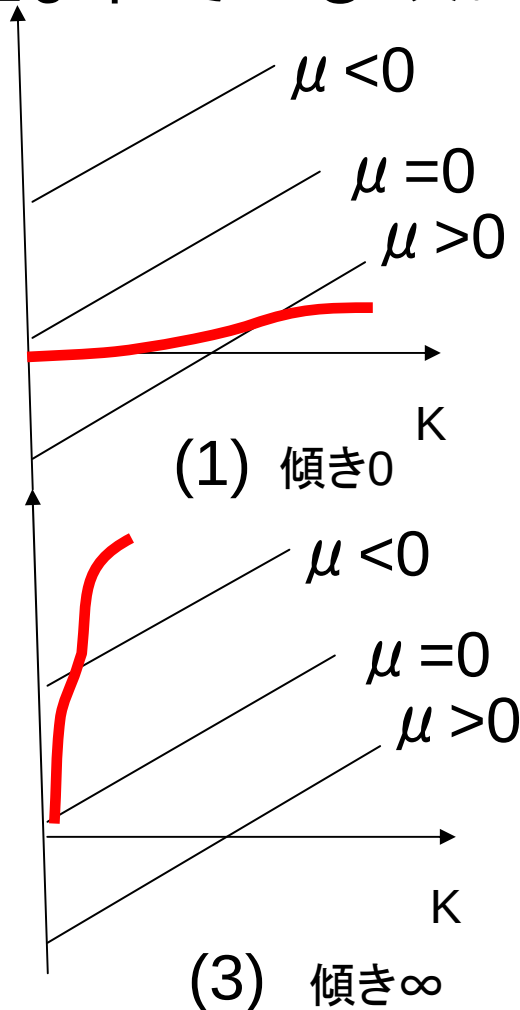
$$= -\frac{\delta_1 + \delta_2}{E} CBK^{\frac{\delta_1 + \delta_2}{E} - 1} + \frac{-\delta_1}{E} Cp_5 \mu K^{\frac{-\delta_1}{E} - 1} - \frac{-\delta_2}{E} DK^{\frac{-\delta_2}{E} - 1}$$

- 傾きが ∞ , 0 の2つの場合が考えられる。

(i) $|\delta_1| < E$ または $|\delta_2| < E$ ならば, ∞ .

(ii) $|\delta_1| > E$ かつ $|\delta_2| > E$ ならば, 0.

- 均衡 K^* の上から下から傾きが $\infty, 0$ となるという4つの場合を考えることによって不動点がどのようなときに生まれているのかを考える。



安定性

- (4.6)のJacobi行列

$$(4.10) \quad J^\mu(y, K) = \begin{pmatrix} AK^{\frac{-\delta_1}{E}} & \frac{-\delta_1}{E} AyK^{-\left(\frac{\delta_1}{E}+1\right)} + \frac{-\delta_2}{E} BK^{-\left(\frac{\delta_2}{E}+1\right)} \\ CK^{\frac{-\delta_1}{E}} & \frac{-\delta_1}{E} CyK^{-\left(\frac{\delta_1}{E}+1\right)} + \frac{-\delta_2}{E} DK^{-\left(\frac{\delta_2}{E}+1\right)} \end{pmatrix}$$

- 固有値

$$\gamma_{1,2} = \frac{\text{tr} J^\mu}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\text{tr}(J^\mu))^2 - 4 \det(J^\mu)} \quad (4.11)$$

$$\text{where } \det(J^\mu) = \frac{-\delta_2}{E} (AD - BC) K^{-\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{E} + 1\right)}$$

(4.7)を $\text{tr } J^\mu$ の式へ代入すると,

$$(4.12) \quad \text{tr}(J^\mu) = AK^{\frac{-\delta_1}{E}} + \frac{-\delta_1}{E}CBK^{-\left(\frac{\delta_1+\delta_2}{E}+1\right)} + \frac{-\delta_2}{E}DyK^{-\left(\frac{\delta_2}{E}+1\right)} + \frac{-\delta_1}{E}Cp_5\mu K^{-\left(\frac{\delta_1}{E}+1\right)}$$

$\det J^\mu$ は,

(i) $|\delta_1 + \delta_2| < E$ の場合には任意に大きく、

(ii) $|\delta_1 + \delta_2| > E$ の場合には任意に小さく、

$\text{tr } J^\mu$ は,

(i) $|\delta_1| < E$ または $|\delta_2| < E$ の場合には任意に大きく、

(ii) $|\delta_1| > E$ かつ $|\delta_2| > E$ の場合には任意に小さく、

取ることができる。

前のスライドをまとめると、次のことが分かる。

- i) $|\delta_1| > E$ かつ $|\delta_2| > E$ なら固有値は両方とも K を十分小さく取ること、任意に小さく取れる。
- ii) $|\delta_1 + \delta_2| > E$, $|\delta_1| < E$ かつ (または) $|\delta_2| < E$ ならば固有値は K を十分小さく取ること、1つは任意に小さく、他方は任意に大きく取れる。
- iii) $|\delta_1 + \delta_2| < E$ ならば、固有値は K を十分小さく取ること、任意に大きく取れる。

定理3(Wiggins(1990))

定理3. $\mu \neq 0$ で十分小さいとき、(3.1),(3.2),(4.1)において Γ から周期軌道が分岐する。周期軌道は

- i) $|\delta_1| > E$ かつ $|\delta_2| > E$ ならば沈点型
- ii) $|\delta_1 + \delta_2| > E$, $|\delta_1| < E$ かつ (または) $|\delta_2| < E$ ならば鞍点型
- iii) $|\delta_1 + \delta_2| < E$ ならば湧点型.

- 新規参入者の割合と、環境の変化の割合の比によっては、共有地の悲劇を回避することができる。
- ある程度政府の政策の有効性を主張。

例：タクシーの参入規制

戦略：{低価格化、高級化}、パイ：ある一定の需要(可変)

結論：パイが縮小(環境の固有价值が負)しており、新規参入者がいるとき、お互い潰し合わず、「共存共栄」。逆にパイが拡大している(環境の固有价值が正)とき、競争が激しくなる。新規参入者が多い場合、悲劇が起こり、少ない場合、悲劇を回避する。

→不況は手を組み、棲み分け。好況は競争。

→伝統的な経済学の理論とは逆。

まとめ

1. ノイズを入れると均衡が生まれる場合がある。
→それを利用した。
2. 環境に変化なし: 1つの純粹戦略と混合戦略(内点)をもつ大域不安定なシステムにノイズを入れると、Arnold拡散が発生。
3. 環境に変化あり: 大域不安定なシステムにノイズを入れると、Arnold拡散が発生。
→Arnold 拡散が発生する条件が異なる。
→第3者(政府やリーダー)の存在が重要に
4. アノマリーが存在する理論を進化ゲーム理論の立場でアプローチすることの有効であろう。

このファイルは、以下のアドレスにおいています。

関西学院大学大学院経済学研究科
研究会WEBの「学会報告のレジューメ等」
にあります。

<http://members.ld.infoseek.co.jp/kgu-gse/gakkai/gakkai.htm>

からDownloadableです。