Cournot 市場から始めるゲーム理論入門

Mitsuru KIKKAWA

（**Department of Science and Technology, Meiji University**）

THIS FILE IS AVAILABLE AT

http://kikkawa.cyber-ninja.jp/

本報告

前回：非協力ゲーム理論を定式化した。

今回：Cournot市場 を用いて、ゲーム理論の基本的な事項を振り返ること。

1. 非協力ゲーム理論
2. 展開形ゲーム理論
3. 不完備情報ゲーム理論
4. 繰り返しゲーム理論

対象：学部２、３年

進め方：配布資料 [HP]

ゲーム理論とは？

- 複数の主体が存在し、お互いの意思決定が相互に作用する状況を研究する学問。
- 例えば、主体1と2が次のような相互依存関係(利得表、数字は効用＝満足度)に置かれているとする。ここで各主体はどちらの戦略(S1, S2)を選ぶことが良いのか？この答えがNash均衡。これを考えるのが、非協力ゲーム理論。

主体 2

主体 1

	S1	S2
S1	3,3	-7,5
S2	5,-7	-5,-5

利得表

Cournot市場とは？

- ミクロ経済学で取り上げられる最も基本的な不完全市場のモデルで、この市場は「囚人のゲーム」であり、ゲーム理論との接点。
- 寡占市場（ある財を供給している企業が2社しか存在せず、それらが競争している市場）において、各企業は自社の利潤を最大化するように数量を戦略として、同時に戦略を決定する。
- 今日でも産業組織論、戦略的貿易政策などの応用ミクロ経済学の分野で使用されている。

1. 基本モデル

設定

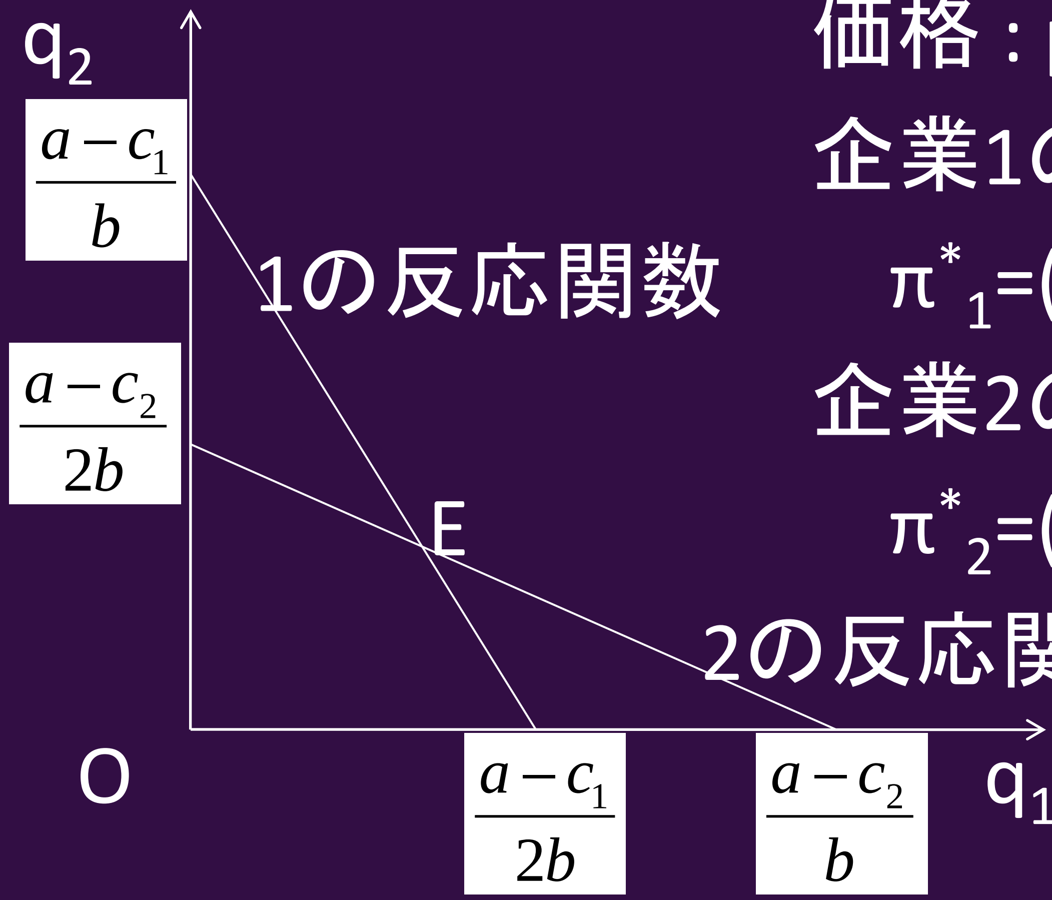
- 逆需要関数 : $P=\max\{a-b(q_1+q_2),0\}$, $a,b>0$
- 費用関数 : $C_i(q_i)=c_iq_i$, $0<c_i<a$
- c_iは企業iが財1単位を生産するための限界費用
- 企業iの利潤 : $\pi_i(q_1,q_2)=pq_i-c_iq_i$
- 利潤最大化

  企業1: $q^*_1=(a-c_1)/2b-q_2/2$,

  企業2: $q^*_2=(a-c_2)/2b-q_1/2$

Nash均衡: $q^*_1=(a-2c_1+c_2)/3b$, $q^*_2=(a+c_1-2c_2)/3b$

図：企業の最適応答



価格：$p=(a+c_1+c_2)/3$

企業1の利潤：

$\pi^*_1=(a-2c_1+c_2)^2/9b$

企業2の利潤：

$\pi^*_2=(a+c_1-2c_2)^2/9b$

結託、協調行動

- 結託し、お互いにとって最大の利潤を得るように行動

$$\pi_1(q_1,q_2)+\pi_2(q_1,q_2)=(p-c)(q_1+q_2)$$

- これを最大にするような総供給量：

$$\bar{q}_1+\bar{q}_2=(a-c)/2b,$$

- 各企業の供給量： $\bar{q}_1=\bar{q}_2=(a-c)/4b$
- 価格と利潤:

$$\bar{p}=(a+c)/2,\ \bar{\pi}_1(\bar{q}_1=\bar{q}_2)=\bar{\pi}_1(\bar{q}_1=\bar{q}_2)=(a-c)^2/8b$$

（$>(a-c)^2/9b$）⇒ 囚人のジレンマ状況に。

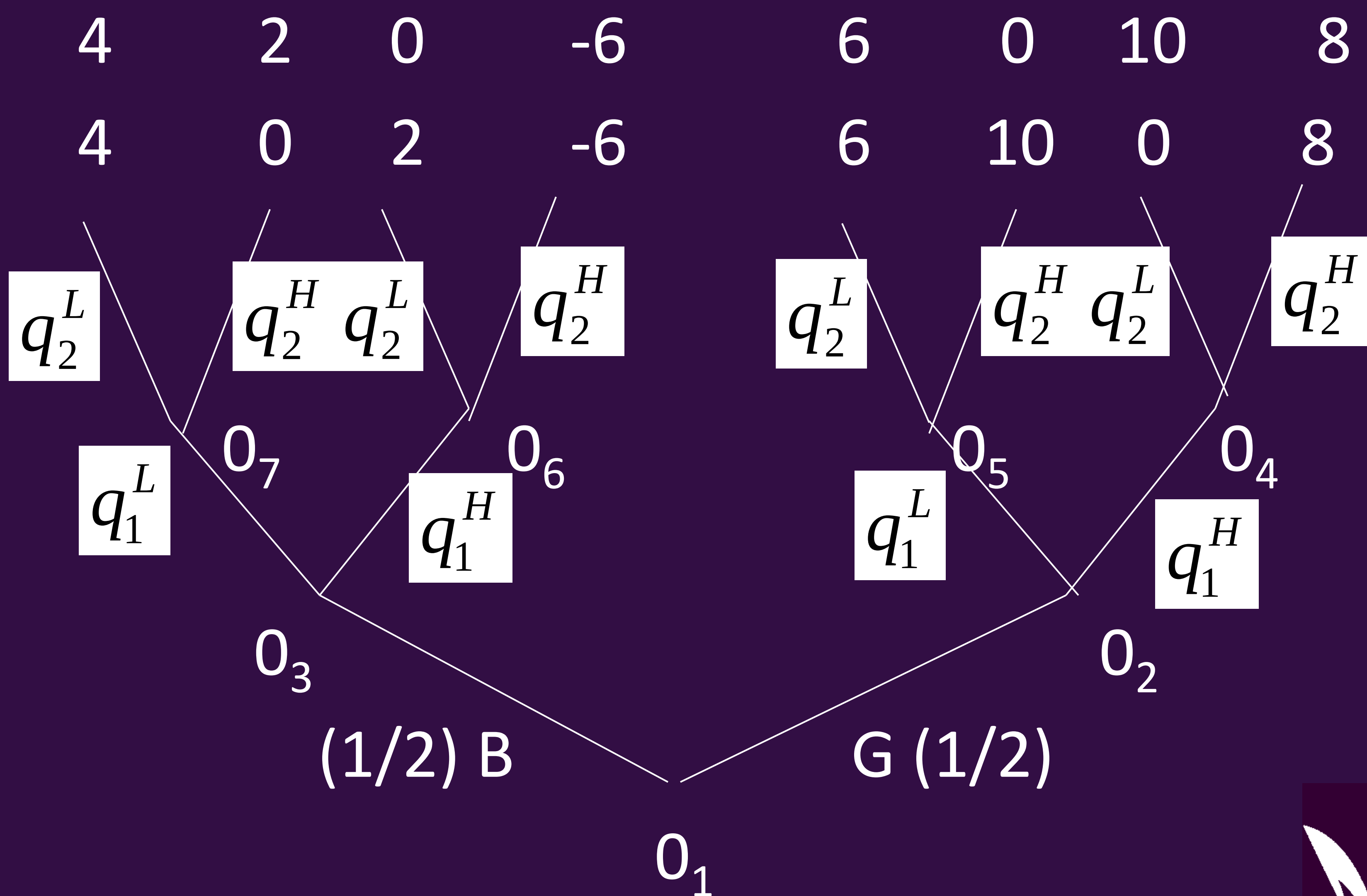
2. 展開形ゲーム：不確実性

展開形ゲーム

- 具体例：次のスライド。
- 環境：好景気（G）、不景気（B）
- 企業の戦略：２つ{高水準、低水準}

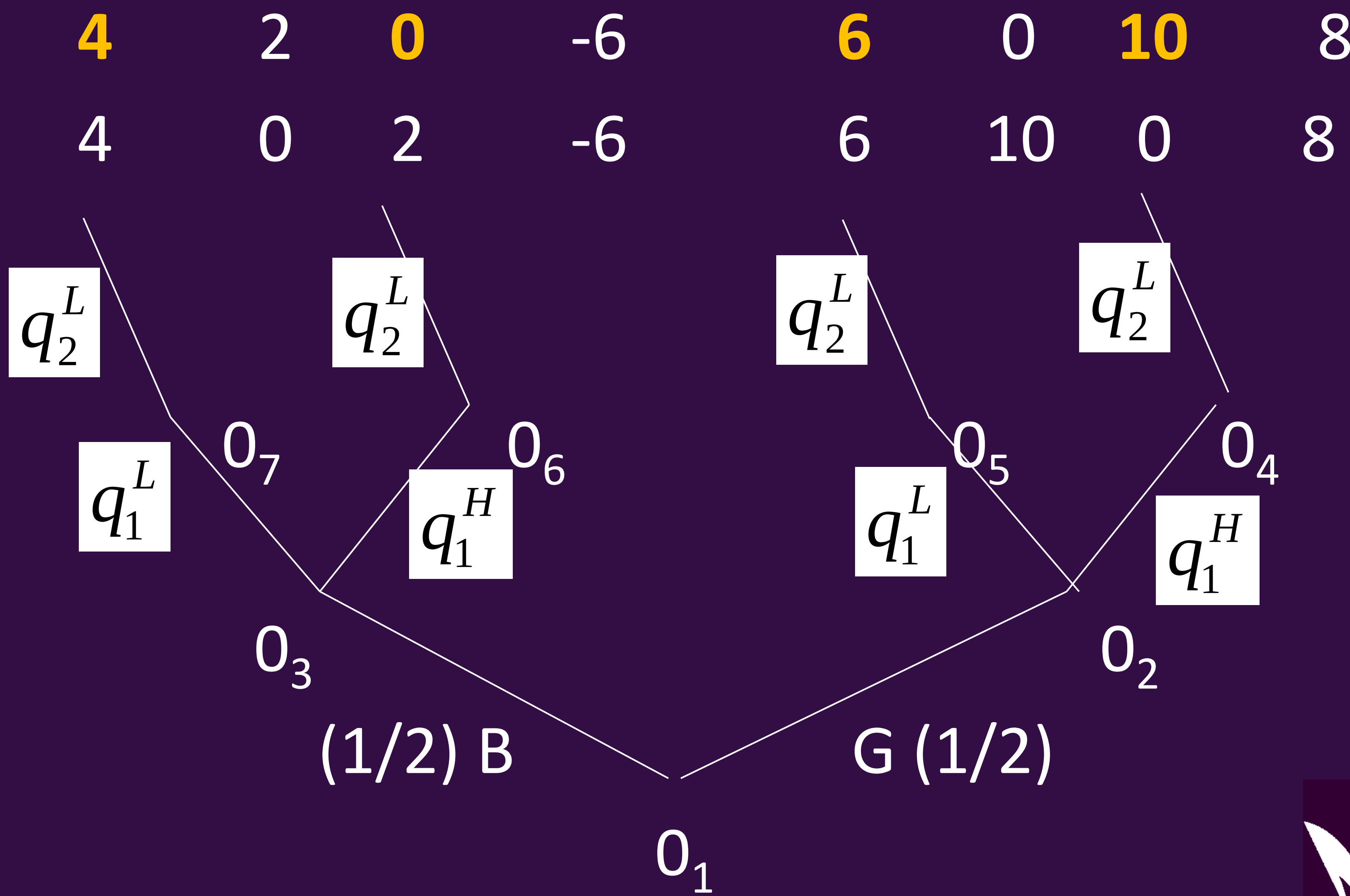
- 形式的には　$\Gamma = (K,P,p,U,h)$
- K: ゲームの木、P：プレイヤー分割、p：偶然手番の確率分布族、U:情報分割

ゲームの木



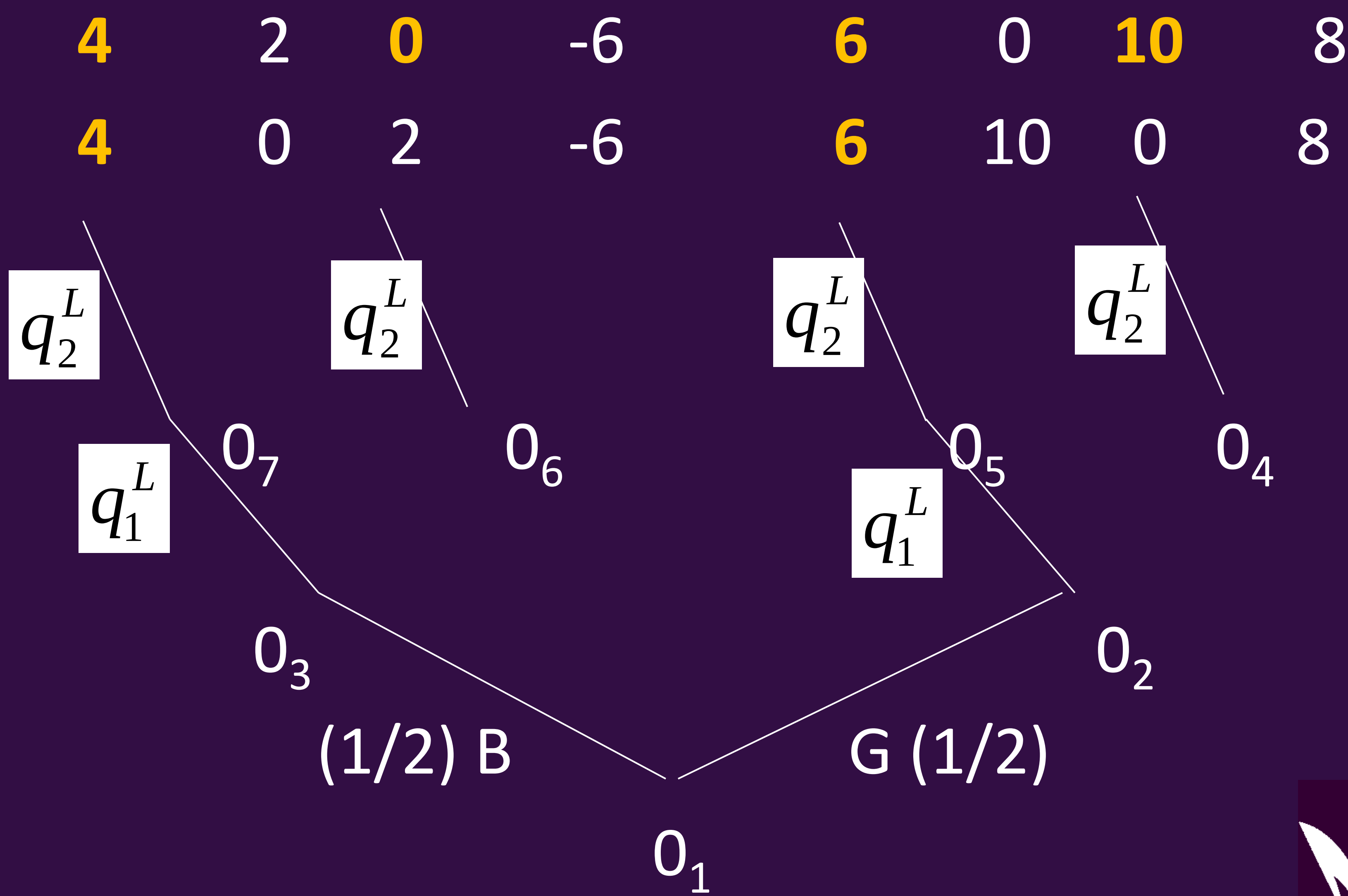
4 2 0 -6 6 0 10 8
4 0 2 -6 6 10 0 8
q_2^L
q_2^H
q_2^L
q_2^H
q_2^L
q_2^H
q_2^L
q_2^H
0_7
0_6
0_5
0_4
q_1^L
q_1^H
q_1^L
q_1^H
0_3
0_2
(1/2) B
G (1/2)
0_1

ゲームの木



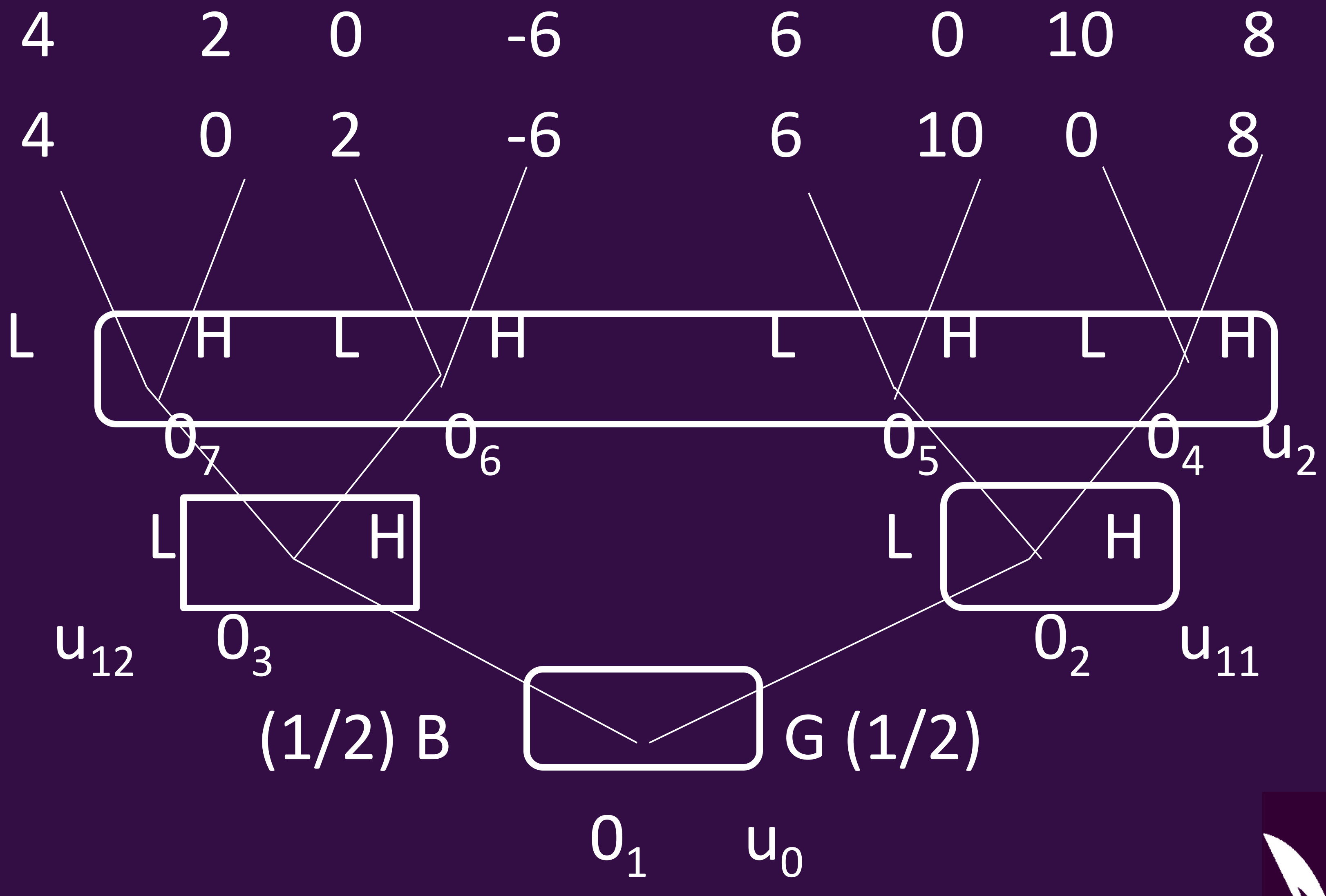
4 2 0 -6 6 0 10 8
4 0 2 -6 6 10 0 8
q_2^L q_2^L q_2^L q_2^L
q_1^L q_1^H q_1^L q_1^H
0_7 0_6 0_5 0_4
0_3 0_2
(1/2) B
G (1/2)
0_1

ゲームの木



4 2 0 -6 6 0 10 8
4 0 2 -6 6 10 0 8
q_2^L
q_2^L
q_2^L
q_2^L
0_7
0_6
0_5
0_4
q_1^L
q_1^L
0_3
0_2
(1/2) B
G (1/2)
0_1

情報分割の例


4 2 0 -6 6 0 10 8
4 0 2 -6 6 10 0 8
L H L H L H L H
0
7
0
6
0
5
0
4
u
2
L H
L H
u
12
0
3
0
2
u
11
(1/2) B
G (1/2)
0
1
u
0

3. 不完備情報ゲーム

不完備情報ゲーム

- 各プレイヤーがゲームのルールについて必ずしも完全な知識を持たないようなゲーム。

形式的には $G^*=(N,\{S_i, C_i, f_i, p_i\}_{i\in N})$

- N: プレイヤーの集合
- S_i: 行動の集合
- C_i: プレイヤーのタイプの集合
- f_i: 利得関数
- p_i: タイプについての確率分布

$$p_i(c_i,\dots,c_{i-1},c_{i+1},\dots,c_n | c_i)$$

例：他社の費用関数が分からない

- 費用関数 $C_i(q_i)=c_iq_i$, $0 \leqq c_i \leqq K_i$
- 期待利潤

$$Eu_i\left(\pi_i,\pi_j \mid c_i\right)=\int_0^{K_j} u_i(\pi_i(c_i),\pi_j(c_j);c_i)dF(c_j \mid c_i)$$

- ベイジアン均衡点

$$\pi_i^*(c_i)=\max\left[\frac{a-c_i}{2b}-\frac{E(\pi_j^* \mid c_i)}{2},0\right](a.e.)$$

- 線形を仮定すると、

$$\pi_i^*(c_i)=\frac{\alpha_i-2}{b(4-\alpha_1\alpha_2)}(c_i-Ec_i)+\frac{a-2Ec_i+Ec_j}{3b}$$

4. 繰り返しゲーム理論

有限回繰り返しゲーム理論

- 展開形ゲーム理論と同じロジック。
- 後ろ向き帰納法によって、Nash均衡を導出する。

- Cournot市場は囚人のジレンマゲームであった。
- そのため、協調的な行動はNash均衡ではない。

無限回繰り返しゲーム理論

- トリガー戦略(一度裏切ると、それ以後非協力的な行動)。

完全Folkの定理

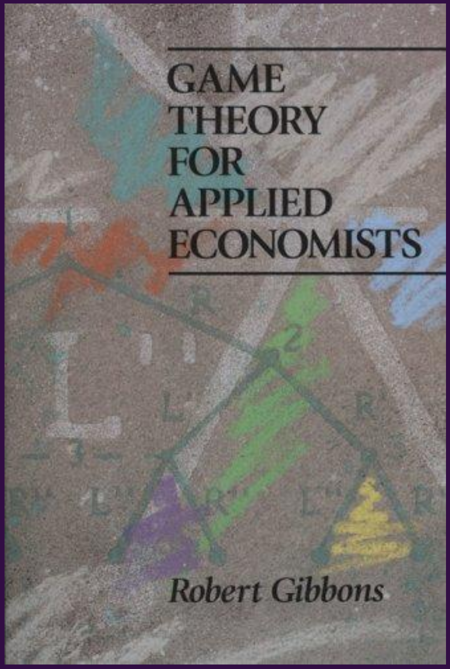
$$\frac{1}{1-\delta}\bar{\pi}_1 \geq \hat{\pi}_1(\hat{q}_1, \bar{q}_2) + \frac{\delta}{1-\delta}\pi^*(q_1^*, q_2^*),$$

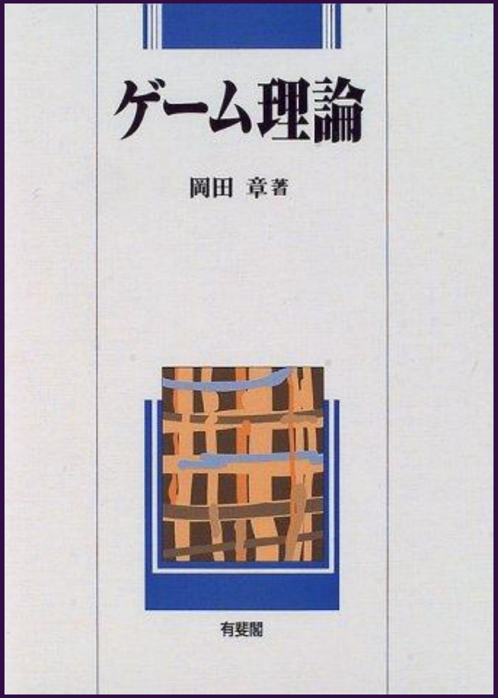
- これからδ≧9/17 以上のとき、協調行動が部分ゲーム完全均衡点(SPNE)となる。

5. 取り扱わなかったこと、補足

- 1. モニタリング
- 2.評判

これに興味のある方は次を参照されたい。





Thank You For Your Attention

Mitsuru KIKKAWA (mitsurukikkawa@hotmail.co.jp)

This File is available at

http://kikkawa.cyber-ninja.jp/

Next my talk: 5/20 @ Surugadai