

「時間遅れを持つ Replicator 方程式」

関西学院大学大学院経済学研究科 D3 吉川 満 mitsurukikkawa@hotmail.co.jp

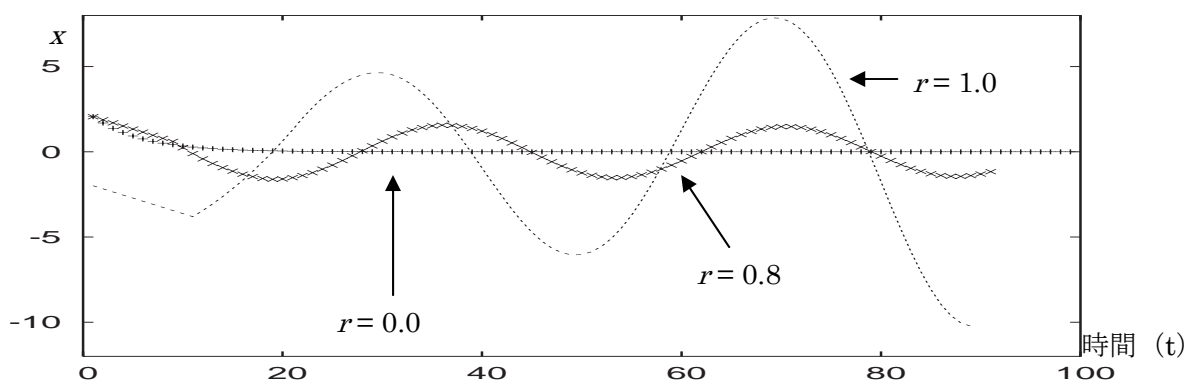
(Resume is Available at: <http://members.ld.infoseek.co.jp/kgu-gse/gakkai/gakkai.htm>)

報告要旨

通常モデルを作る際に今まで時間の概念であるステップは連続型か離散型の 2 つのタイプがあり、時間遅れを導入する際は離散型で行っていた。しかし本研究では連続型の時間遅れを導入する。具体的には対称 2 人ゲームと非対称 2 人ゲームに時間遅れを導入する。それを基礎として、通常離散時間で扱われるクモの巣の理論を連続時間の時間遅れを導入した。さらには非対称 2 人ゲームとして定式化を行い、時間遅れを導入する。そこから需要と供給の関係だけではなく、この時間遅れの大きさによって周期解となることや漸近安定となることが分かった。またこの結果は Ezekiel(1938)でも指摘されている。

この連続型の時間遅れ、数学的には微分差分方程式、を取扱った文献として、内藤他

(2002) がある。例えば $\dot{x} = -a(x-r)$, $a \in \mathfrak{R}, r > 0$ という時間遅れを持つ微分方程式は $a=0, r=0$ の場合、つまり時間遅れがない場合、時間が経つにつれて、 x は 0 に近づく。しかし $r > 0$ の場合、数学的に厳密には解くことができない。そこでシミュレーションを行うと、次のような図となる。



この図のように x は 0 に減衰せず、ある条件の下では周期的な振る舞いを示すこと($r=0.8$)や発散すること($r=1.0$)がある。以上のことを通じて、時間遅れによってどのような影響を受けるのかを考える。さらには経済学の文脈で時間遅れはどのようなことを示唆しているのかを考える。

主要参考文献:

1. Mordecai Ezekiel: "The Cobweb Theorem," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 52, No. 2. (Feb., 1938), pp. 255-280.
2. 内藤敏機, 日野義之, 原惟行, 宮崎倫子: 「タイムラグをもつ微分方程式」 牧野書店, 2002 年.
3. Weibull, Jorgen W.: *Evolutionary Game Theory*, MIT Press, 1995.