

報告要旨：統計力学を用いた進化ゲーム理論

吉川満

mitsurukikkawa@hotmail.co.jp

考察する対象において、各個人がどのような人とどのような戦略を使って、Game を行い、いくら効用を得ているのかという、Micro な関係ことが分からないが、Macro 全体として考えるとある程度分かる。そのような対象において、1 つずつの Game を見れば、ちゃんと Game 理論の枠組みで議論できるが、これが何千、何万との数ともなると記述することは到底できない。例えば数学としてこのような高次元系のモデルでは、均衡の局所安定性は Routh-Hurwitz の定理から分かる。しかし途方もなく条件が複雑になり、実質解析的には分析できなくなってしまう。そこでこの解析の困難を分布関数を導入することによって、高次元系を分析する。この方法は一般的に統計力学と言われている。この統計力学を端的に説明すると、一様に分布している Micro(局所) の情報から、Macro(大域) の情報を得る方法である。

昔から経済学では少数関係をもとに、全体の様子を調べるといって、方法を用いてきている。例えばまた Macro 経済学における Micro 的基礎付けの問題がある。これは代表的個人 (representative agent) の最大化問題を入れ、その結果家計はこのような行動を行うという前提の下で、Macro 全体に起こる現象を考えていることに対応しているであろう。しかし主体の行動を最適化問題として扱い、主体の行動を一意に定めており、この一意性を外した場合をも考慮に入れるのが本稿の特徴である。よって n 人経済主体がいたとしても、ただ単純に n 倍すればよい、というものではない。分布によって様々な状況が想定される。このことを通して、本稿ではより現実に根ざした理論が記述できる統計力学を導入した。

久保 [2] では統計力学の 1 つのたとえ話として、各個人の所有する通貨の量の分布というものを確率的に考え、あるお金を N 人で分配する。ただしここでの分配方法は考えず、ありとあらゆる方法を考え、その中で各個人が得られる期待値を考える。そのとき人数が多くなるにつれて、公平な分配となるということを示している。ここで分配メカニズムは一般によく使われている平等分配や貢献度によって分けるなど、よく用いられている分配法とそうではない不公平である分配方法が同じ確率で実現するという、等重率の仮定を設けているので、経済学としてこの研究を捉えると不十分と感じるが、統計力学の大御所が統計力学の例として分配の問題を考え、興味深い結論が得られている。

特に本研究では進化ゲーム理論に統計力学を導入する。進化ゲーム理論は現在主に戦略の頻度の動学を表す、Replicator 方程式を使うものとそれを用いず、遷移確率の動学を考えた確率進化ゲーム (Stochastic Evolutionary Game) の 2 つがある。この 2 つの理論はともに戦略の数が増えると、考察する方程式の数が増加し、解析的には分析できなくなる。そこで本研究では統計力学を用いて、新たな高次元系を分析できる進化ゲーム理論を提案する。

このように統計力学を用いて、進化ゲーム理論を分析した先行研究は、Diederich and Opper[1], Tokita and Yasutomi[3] などがある。これらの研究は物理学の仮定の下、統計力学を導入しているため、経済社会を分析するには現実離れた仮定が数多く存在する。よって本稿では進化ゲーム理論の背景に合う仮定の下で議論する。より具体的には統計力学で最も単純な Ising モデル、それを拡張した SK (Sherrington-Kirkpatrick) モデル、さらには TAP (Thouless-Anderson-Palmer) 方程式の方法における Random 行列の固有値の特性を用いて、高次元の進化ゲーム理論の構築を行った。

参考文献

- [1] Diederich, S. and Opper, M.: "Replicators with random interactions: A solvable model," *Physical Review A*, Vol.39, Number 8 (1989) pp.4333-4336.
- [2] 久保亮五: 「統計力学 新装版」共立出版, 2003 年.
- [3] Tokita, Keiichiro and Yasutomi, Ayumu.: "Mass extinction in a dynamical system of evolution with variable dimension," *Physical Review E*, Vol.60(1999), pp.842-847.